Inspectoratul Scolar Judetean
Str. Stefan cel Mare Nr. 6 Constanta, cod 900726
Telefon: 0241 - 611913 Telefax: 0241 - 618880
E-mail: isj-cta@isjcta.ro www.isjcta.ro

OLIMPIADA DE FIZICĂ * FAZA LOCALĂ * ianuarie 2006

CLASA a X - a * Barem de notare

1. O butelie conține azot. Se realizează următoarele operații: se scoate gaz din butelie până ce presiunea scade de $k = 1,5$ ori, după care se introduce heliu pentru a restabili presiunea inițială; se scoate din nou gaz din butelie până ce presiunea scade de $k = 1,5$ ori şi iar se introduce heliu pentru a restabili presiunea inițială şi aşa mai departe.

Cunoscând raportul $d = \frac{1}{7}$ dintre maselor molare ale heliului şi azotului, să se determine după câte asemenea operații masa heliului din balon depăşeşte masa azotului.Temperatura rămâne constantă.

Se cunosc: $\ln 2 \approx 0,7$ şi $\ln 3 = 1,1$.

Prof. Anton Pantelimon, ISJ Constanța

Rezolvare şi barem de notare

Notăm cu p_0 presiunea inițială în butelie.

Fie m_{1,N_2} masa de azot rămasă în butelie după ce, în prima operație, s-a redus presiunea la $\frac{p_0}{k}$ prin scoaterea gazului din butelie. Putem scrie:

$$\frac{p_0}{k}V = \frac{m_{1,N_2}}{\mu_{N_2}}RT\ .$$ **(0,5 puncte)**

Se introduce acum o masă $m_{1,He}$ de heliu pentru a ajunge la presiunea p_0 . Ecuația Clapeyron Mendeleev pentru amestec va fi :

$p_0 V = \left(\frac{m_{1,He}}{\mu_{He}} + \frac{m_{1,N_2}}{\mu_{N_2}}\right)RT$ şi dacă notăm cu f_1 fracțiunea pe care o reprezintă masa heliului din masa azotului după prima operație, adică $m_{1,He} = f_1 \cdot m_{1,N_2}$ şi dacă ținem cont că $\mu_{He} = d \cdot \mu_{N_2}$ aceasta devine:

$$p_0 V = \frac{m_{1,N_2}}{\mu_{N_2}}\left(\frac{f_1}{d} + 1\right)RT$$ **(0,5 puncte)**

Din compararea celor două relații rezultă:

$$k = \frac{f_1 + d}{d}\ .$$ **(0,5 puncte)**

În a doua operație din butelie se scoate un amestec omogen al celor două gaze până când presiunea se reduce la $\frac{p_0}{k}$. Evident raportul dintre masele de heliu şi azot rămase în butelie nu se schimbă rămânând acelaşi, egal cu f_1 .

Dacă notăm cu $m'_{2,He}$ şi m_{2,N_2} masele de heliu şi azot rămase după reducerea presiunii la $\frac{p_0}{k}$ vom avea:

$$m'_{2,He} = f_1 \cdot m_{2,N_2}\ .$$ **(0,5 puncte)**

Într-adevăr, dacă notăm μ_0 masa molară medie aparentă a amestecului după prima operație, ținând cont de aditivitatea masei şi a numărului de moli pentru un amestec de gaze, avem:

$$\frac{m_{1,He} + m_{1,N_2}}{\mu_0} = \frac{m_{1,He}}{\mu_{He}} + \frac{m_{1,N_2}}{\mu_{N_2}}$$ sau:

$$m_{1,He}\left(\frac{1}{\mu_0} - \frac{1}{\mu_{He}}\right) = m_{1,N_2}\left(\frac{1}{\mu_{N_2}} - \frac{1}{\mu_0}\right)$$ **(0,5 puncte)**

Cum scoțând amestec de gaze din balon, masa molară medie aparentă a amestecului nu se modifică, putem scrie după reducerea presiunii la $\frac{p_0}{k}$:

$$m'_{2,He}\left(\frac{1}{\mu_0}-\frac{1}{\mu_{He}}\right)=m_{2,N_2}\left(\frac{1}{\mu_{N_2}}-\frac{1}{\mu_0}\right)$$ **(0,5 puncte)**

Prin împărțirea celor două relații, rezultă:

$\frac{m'_{2,He}}{m_{1,He}}=\frac{m_{2,N_2}}{m_{1,N_2}}$ sau $\frac{m'_{2,He}}{m_{2,N_2}}=\frac{m_{1,He}}{m_{1,N_2}}=f_1$. **(0,5 puncte)**

Aplicând ecuația de stare:

$\frac{p_0}{k}V=\left(\frac{m'_{2,He}}{\mu_{He}}+\frac{m_{2,N_2}}{\mu_{N_2}}\right)RT$ şi cum $m'_{2,He}=f_1\cdot m_{2,N_2}$ ea devine:

$\frac{p_0}{k}V=\frac{m_{2,N_2}}{\mu_{N_2}}\left(\frac{f_1}{d}+1\right)RT$. **(0,5 puncte)**

Se introduce acum heliu până ce presiunea devine p_0, masa acestuia devenind $m_{2,He}$ care reprezintă fracțiunea f_2 din masa azotului, adică: $m_{2,He}=f_2\cdot m_{2,N_2}$. Ecuația de stare se scrie:

$p_0V=\frac{m_{2,N_2}}{\mu_{N_2}}\left(\frac{f_2}{d}+1\right)RT$ **(0,5 puncte)**

Comparând relațiile, găsim:

$k=\frac{f_2+d}{f_1+d}$. **(0,5 puncte)**

Pentru următoarele operații urmând acelaşi raționament, se obțin relațiile :

$k=\frac{f_3+d}{f_2+d}$

………………

………………

$k=\frac{f_n+d}{f_{n-1}+d}$.

Înmulțind şirul de relații membru cu membru, găsim:

$k^n=\frac{f_n+d}{d}$, **(1 punct)** de unde:

$f_n=(k^n-1)\cdot d$

Pentru ca în timpul celei de-a n-a operații masa heliului din balon să depăşească masa azotului trebuie ca:

$f_{n-1}<1$ şi $f_n>1$ **(1 punct)** , condiții care conduc la:

$\frac{\ln\frac{1+d}{d}}{\ln k}<n<\frac{\ln\frac{1+d}{d}}{\ln k}+1$. **(1 punct)**

Calculăm $\frac{\ln\frac{1+d}{d}}{\ln k}=\frac{3\ln 2}{\ln\frac{3}{2}}=\frac{3\ln 2}{\ln 3-\ln 2}\approx 5,25$ **(0,5 puncte)**

Deci:

$5,25<n<6,25$.

Rezultă $n=6$. **(0,5 puncte)**

Total: 9 puncte + 1 punct din oficiu = 10 puncte
Orice altă rezolvare corectă se punctează corespunzător

2. Într-un tub subțire vertical, închis la capătul inferior, de lungime $l = 100cm$ se află o coloană de mercur de înălțime $h = 34cm$, care închide în partea inferioară a tubului o masă de aer de lungime $l_0 = 50cm$. Se comunică căldură aerului închis în tub până ce tot mercurul este evacuat..

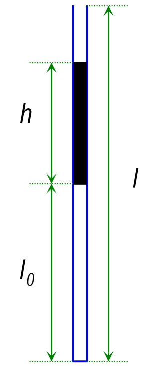
Se cer:

a) să se reprezinte grafic modul de variație al presiunii p a aerului închis în tub, exprimată în cm coloană de mercur în funcție de lungimea x a coloanei de aer, exprimată în cm;

b) temperatura maximă la care ajunge aerul închis de coloana de mercur şi lungimea coloanei de aer în acel moment, dacă temperatura inițială a gazului închis în tub era $t_0 = 27^0 C$.

Presiunea atmosferică este $H = 760\,Torr$.

Se neglijează fenomenul de capilaritate.



Prof. Anton Pantelimon, ISJ Constanța

Rezolvare şi barem de notare

a) Notăm cu x lungimea coloanei de aer la un moment dat.

Vom avea de-a face cu două transformări distincte ale aerului închis în tub:

- între starea inițială şi starea în care mercurul începe să iasă din tub $(1 \Rightarrow 2)$ aerul suferă o transformare în care:

$p = H + h = constant$ pentru $x \in [l_0; l_2 = l - h]$.

Cu valori numerice:

$p = 110cm\,Hg = constant$ pentru $x \in [50cm; 66cm]$. **(1 punct)**

- între starea în care mercurul începe să iasă din tub şi starea în care tot mercurul a fost evacuat $(2 \Rightarrow 3)$.

Fie y lungimea coloanei de mercur rămasă la un moment dat în tub. Presiunea exprimată în lungime coloană de mercur va fi:

$p = H + y$,**(0,5 puncte)** iar lungimea coloanei de aer:

$x = l - h + y$. **(0,5 puncte)**

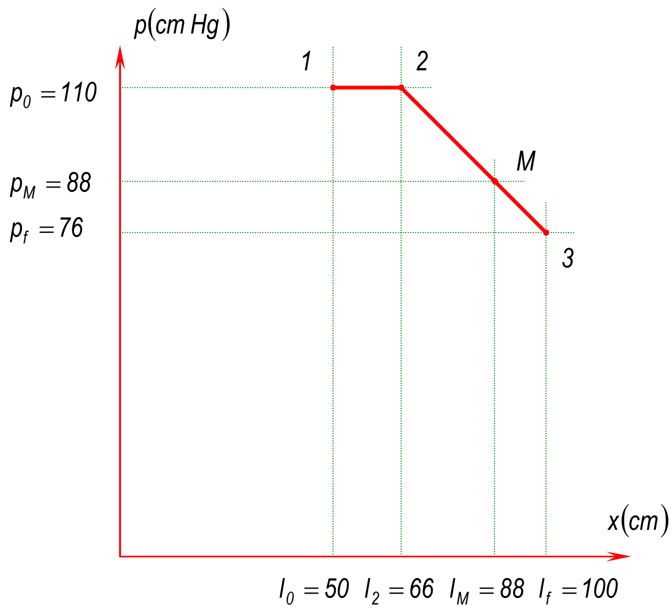
Adunând cele două relații obținem dependența presiunii aerului de lungimea x:

$p = -x + H + l$ pentru $x \in [l_2 = l - h; l]$. **(1 punct)**

Cu valorile numerice:

$p = -x + 176$ pentru $x \in [66cm; 100cm]$

Reprezentarea grafică cerută este cea din figură. **(1 punct)**



b) Transformarea $1 \Rightarrow 2$ este o transformare izobară în care creşte volumul, deci şi temperatura gazului creşte. **(0,5 puncte)**

Transformarea $2 \Rightarrow 3$ este o transformare descrisă de legea $p = -x + H + l = -x + 176$ pentru $x \in [l - h; l] = [66cm; 100cm]$.

Înlocuind $p = \frac{\nu RT}{xS}$ **(0,5 puncte)**, unde S este secțiunea tubului, rezultă:

$\frac{\nu RT}{S} = -x^2 + (H + l)x = -x^2 + 176x$ **(1 punct)**, funcție care admite un maxim într-o stare M, pentru care $x = l_M = \frac{H + l}{2} = 88cm$ **(1 punct)** şi corespunzător $p_M = 88cm\,col.Hg$ **(0,5 puncte)** (starea M din reprezentarea grafică).

Înseamnă că cea mai mare temperatură o va avea aerul închis în tub în această stare.

Aplicăm ecuația Clapeyron Mendeleev pentru starea inițială şi pentru starea M.

$Hl_0S = \nu RT_0$ **(0,5 puncte)**

$p_M l_M S = \nu RT_{max}$,**(0,5 puncte)** care împărțite membru cu membru conduc la:

$$T_{max} = T_0 \frac{p_M l_M}{H l_0} = 300K \frac{88\ cm\ col.Hg \cdot 88cm}{110\ cm\ col.Hg \cdot 50cm} = 422{,}4K$$.**(0,5 puncte)**

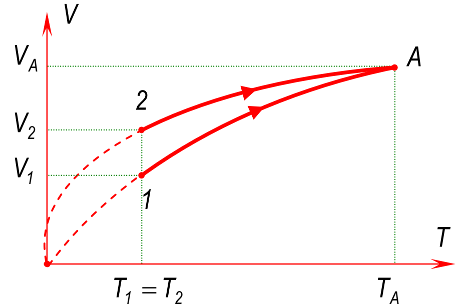
Total: 9 puncte + 1 punct din oficiu = 10 puncte
Orice altă rezolvare corectă se punctează corespunzător

3. În figura alăturată sunt reprezentate două transformări $1 \Rightarrow A$ şi $2 \Rightarrow A$ ale aceleiaşi mase de gaz ideal în coordonate (V,T). Transformările pornesc din stări diferite de aceeaşi temperatură 1 şi 2 şi ajung în aceeaşi stare finală A, fiind reprezentate de două arce de parabole descrise de ecuații de tipul $T = aV^2 + bV$, unde a şi b sunt constante.

a) Reprezentați transformările în coordonate Clapeyron.

b) În care dintre cele două procese $1 \Rightarrow A$ sau $2 \Rightarrow A$ gazul primeşte căldură mai multă ? Justificați !

Selectată şi prelucrată de **Prof. Anton Pantelimon, ISJ Constanța**



Rezolvare şi barem de notare

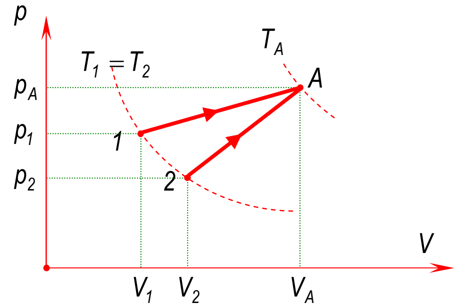
a) Folosim ecuația Clapeyron-Mendeleev din care rezultă :

$T = \frac{pV}{\nu R}$ **(0,5 puncte)** şi înlocuind în ecuația $T = aV^2 + bV$, găsim :

$\frac{pV}{\nu R} = aV^2 + bV$, care poate fi scrisă :

$p = a'V + b'$, cu a' şi b' constante, deci cele două transformări vor fi reprezentate în coordonate Clapeyron prin două segmente de dreaptă

(1 punct) , care pornesc din două puncte distincte ale unei izoterme 1 şi 2 şi ajung în aceeaşi stare finală A de temperatură mai mare. Cum $V_2 > V_1$ rezultă $p_1 > p_2$ şi reprezentarea va fi cea din figură. **(1 punct)**



b) Căldurile primite în cele două procese se pot exprima:

$Q_{1A} = \Delta U_{1A} + L_{1A}$ **(0,5 puncte)** şi:

$Q_{2A} = \Delta U_{2A} + L_{2A}$ **(0,5 puncte)** .

Deoarece variația energiei interne a gazului ideal nu depinde decât de variația de temperatură, rezultă:

$\Delta U_{1A} = \Delta U_{2A}$ **(1 punct)** .

Calculăm:

$Q_{1A} - Q_{2A} = L_{1A} - L_{2A}$ **(0,5 puncte)**

Lucrurile mecanice în cele două transformări pot fi exprimate prin ariile trapezelor de sub transformări în coordonate Clapeyron:

$L_{1A} = \frac{(p_A + p_1)(V_A - V_1)}{2}$ **(0,5 puncte)** şi : $L_{2A} = \frac{(p_A + p_2)(V_A - V_2)}{2}$ **(0,5 puncte)**.

Rezultă: $Q_{1A} - Q_{2A} = \frac{p_1 V_A - p_1 V_1 - p_A V_1 - p_2 V_A + p_2 V_2 + p_A V_2}{2}$ **(0,5 puncte)**.

Stările 1 şi 2 se află pe aceeaşi izotermă, deci : $p_1 V_1 = p_2 V_2$ **(0,5 puncte)** şi atunci:

$Q_{1A} - Q_{2A} = \frac{p_A (V_2 - V_1) + V_A (p_1 - p_2)}{2}$ **(0,5 puncte)** .

Dar $V_2 > V_1$ şi $p_1 > p_2$ deci : $Q_{1A} - Q_{2A} > 0$ şi $Q_{1A} > Q_{2A}$ **(1 punct)**

Total: 9 puncte + 1 punct din oficiu = 10 puncte
Orice altă rezolvare corectă se punctează corespunzător